

POLIEDRI REGOLARI (Solidi Platonici)

5IS 2020/2021

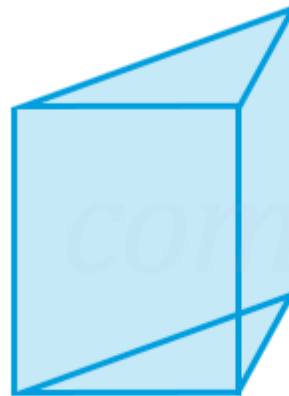
Liceo Galilei di Legnano



I prismi regolari sono anche poliedri regolari?

Per rispondere a questa domanda è necessario prima definire alcuni concetti:

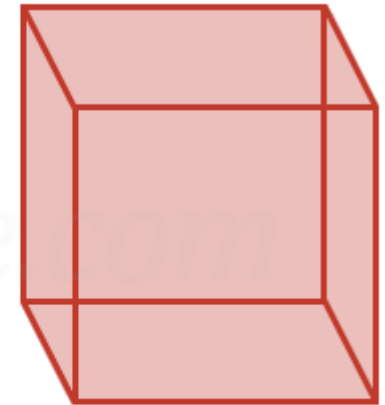
- [Prisma](#)
- [Prisma retto](#)
- [Prisma regolare](#)
- [Poliedro regolare](#)



prisma triangolare
regolare



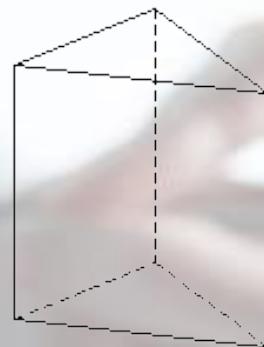
prisma pentagonale
regolare



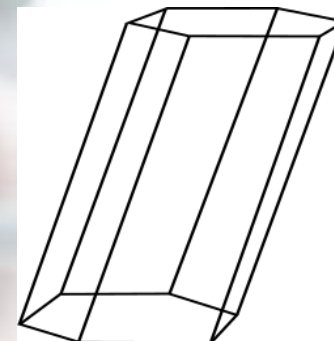
parallelepipedo

Prisma

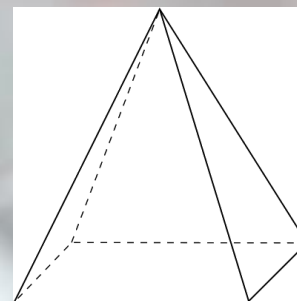
Un prisma è un poliedro (cioè un solido formato da soli poligoni) le cui basi sono poligoni di n lati congruenti e paralleli, connessi da un ciclo di parallelogrammi



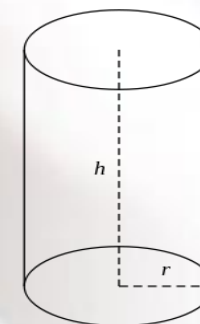
Prisma



Prisma



NO



NO

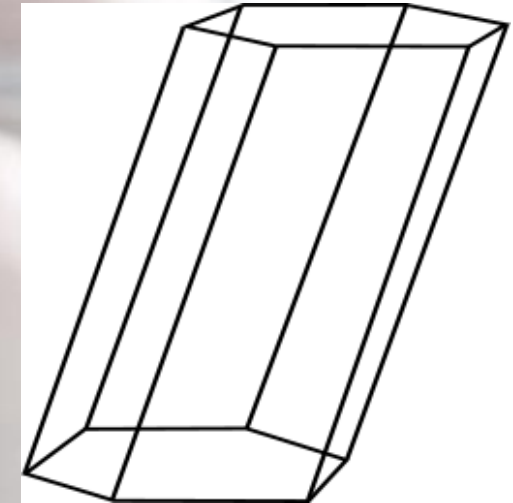


Prisma retto

Un prisma *retto* differisce da un prisma *obliquo* per la forma delle facce laterali. In particolare, è definito *retto* un prisma le cui facce sono dei rettangoli



Prisma retto

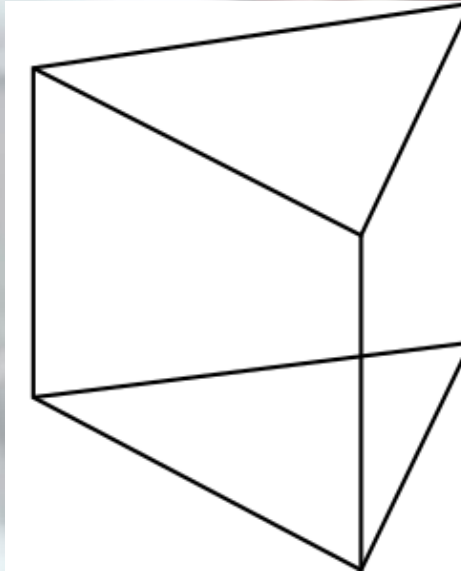


Prisma obliquo

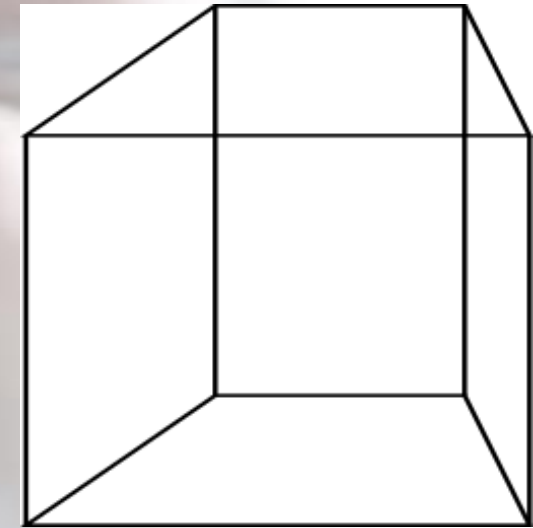


Prisma regolare

Un prisma retto viene definito regolare se le sue basi sono dei poligoni regolari



Prisma regolare

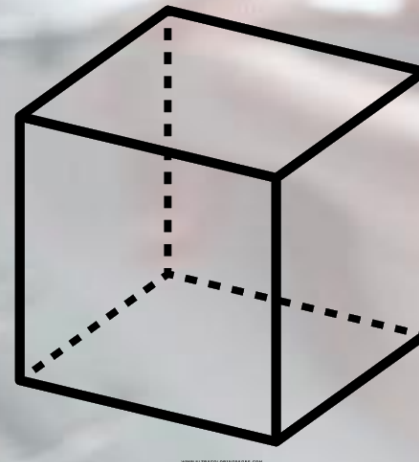


Prisma retto

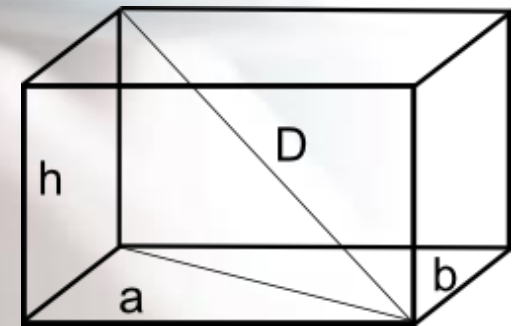


Poliedro regolare

Un poliedro regolare o solido platonico è un poliedro convesso che ha per facce poligoni regolari congruenti che si incontrano nei vertici sempre in egual numero. Inoltre tutti i suoi angoloidi (o angoli solidi) sono congruenti.



Poliedro
regolare

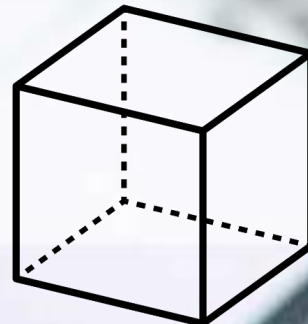


NO

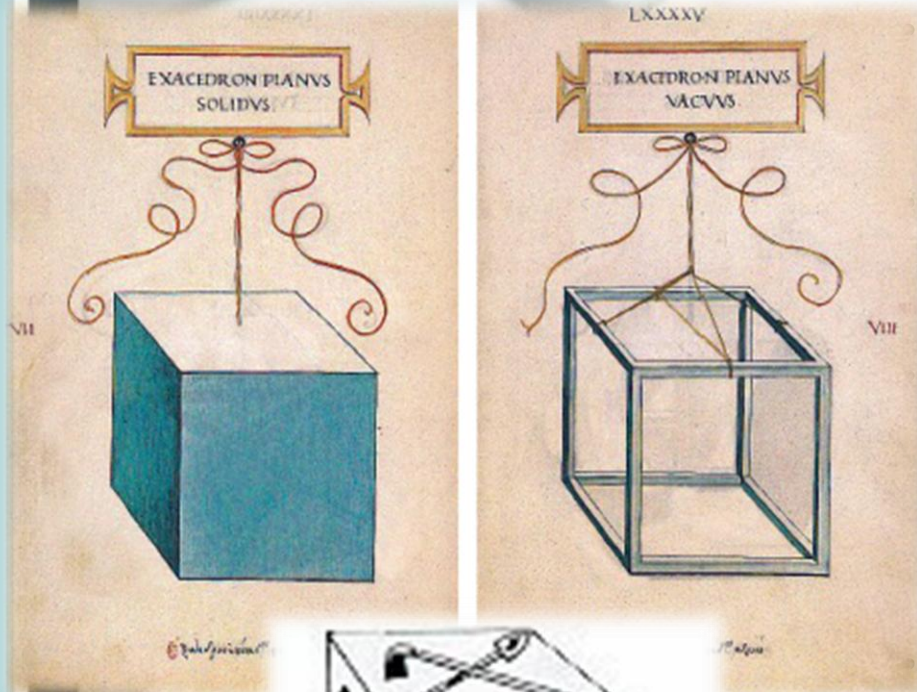


I prismi regolari sono anche poliedri regolari?

- Essendo un poliedro regolare un solido le cui facce sono tutte poligoni congruenti, per essere considerato tale un prisma non solo deve essere regolare, ma anche avere le facce laterali congruenti alle basi.
- Per soddisfare tale condizione i rettangoli che formano le facce laterali del prisma devono avere base e altezza congruenti. Ne consegue che tutte le facce del prisma regolare debbano essere dei **quadrati**.
- L'unico prisma regolare che soddisfa tali condizioni, e che quindi può essere considerato un solido platonico, è l'**esaedro regolare** o **cubo**.



CARATTERISTICHE DEL CUBO



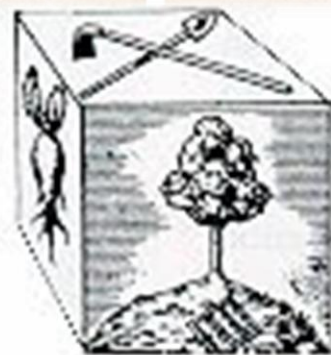
Il cubo (o esaedro regolare) è uno dei 5 solidi platonici, che presenta 6 facce quadrate, 8 vertici e 12 spigoli;

In ogni vertice si incontrano tre spigoli, ortogonali due a due;

In ogni vertice si intersecano anche tre facce le quali sono a due a due ortogonali; questo si accorda con il fatto che il poliedro duale del cubo è l'ottaedro, che presenta 8 facce triangolari, 6 vertici e 12 spigoli.

Il cubo è un parallelepipedo retto regolare, ed è un caso particolare di prisma quadrato e di trapezoedro.

- Ogni cubo è caratterizzato dalla lunghezza a dei suoi spigoli. Tutti i cubi con gli spigoli della stessa lunghezza sono congruenti.



CUBE
Earth

COSTRUIRE UN CUBO...GONFIABILE

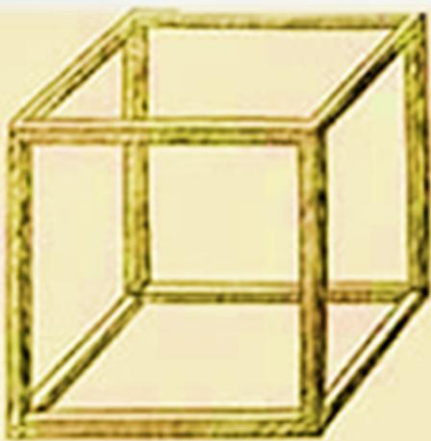
VIDEO:

*«COSTRUIRE UN
CUBO...GONFIABILE»*

1. Foglio quadrato
2. Piega sulle 2 diagonali
3. Piega verticale
4. Piega orizzontale
5. *Reverse fold*
6. Nel triangolo così formatosi, piegare gli angoli in basso verso il vertice, da entrambe le parti
7. Nel quadrato formatosi, piegare le punte laterali verso il centro, da entrambe le parti
8. Si formeranno delle «tasche» dove inserire le punte laterali
9. Da una delle due parti, su un fianco, ci sarà un foro in cui soffiare...

COSTRUIRE UN CUBO...GONFIABILE

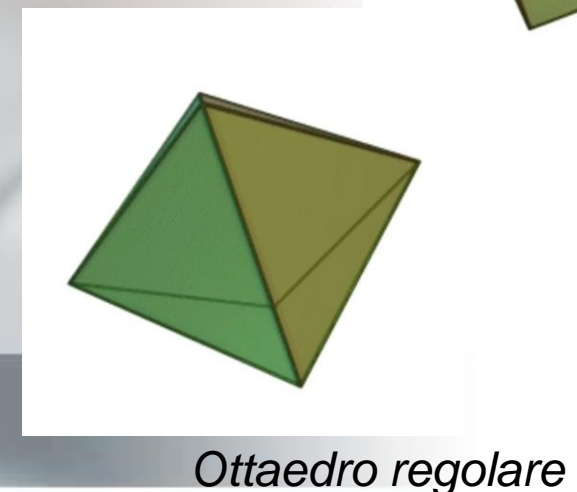
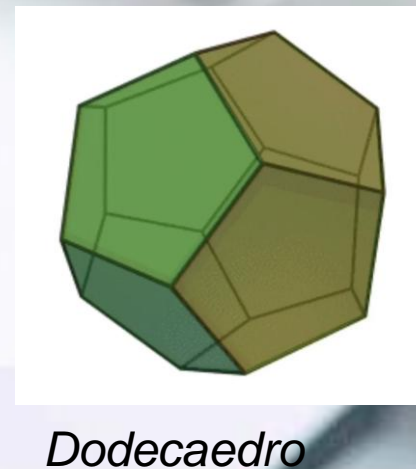
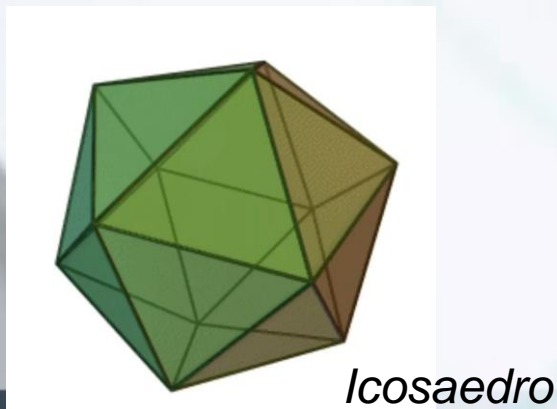
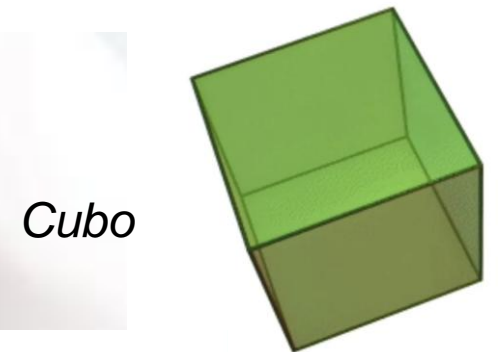
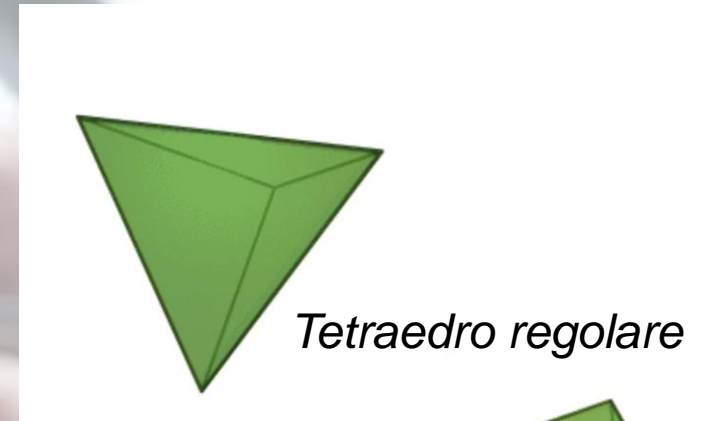
10. ...Ecco
come dovrebbe
apparire al
termine



QUALI SONO I POLIEDRI REGOLARI?

I poliedri regolari sono 5:

- › Il [tetraedo regolare](#), formato da 4 triangoli equilateri
- › L'[esaedro regolare](#) (o cubo), formato da 6 quadrati
- › L'[ottaedro regolare](#), formato da 8 triangoli equilateri
- › Il [dodecaedro regolare](#), formato da 12 pentagoni regolari
- › L'[icosaedro regolare](#), formato da 20 triangoli equilateri

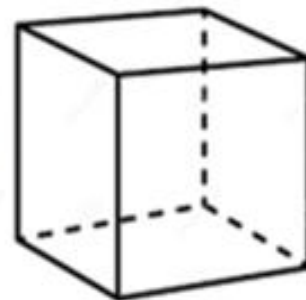


Esistono solamente cinque poliedri regolari, poiché solo in cinque casi si riescono a soddisfare le condizioni affinché un solido sia un poliedro regolare.

- Caso 1: quadrati ---> cubo



- La somma degli angoli interni è minore di 360°

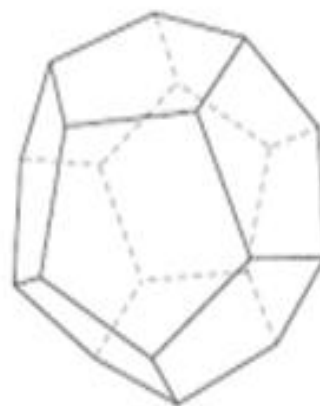


- Se aggiungessimo un altro quadrato la somma degli angoli interni risulterebbe di 360°, cioè una figura piana.

- Caso 2: pentagoni regolari ---> dodecaedro



- La somma degli angoli interni è minore di 360°

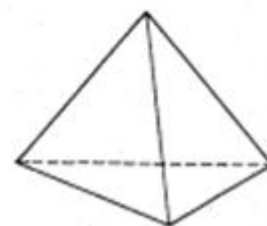


- Se aggiungessimo un altro pentagono la somma degli angoli interni sarebbe maggiore di 360° e di conseguenza non formerebbe nessuna figura.

- Caso 3: triangoli equilateri ---> tetraedro regolare



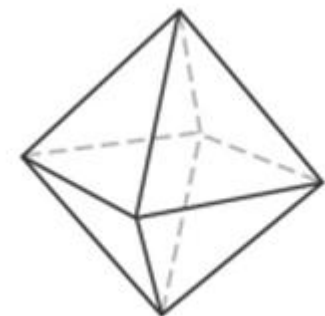
- La somma degli angoli interni è minore di 360°



- Caso 4: triangoli equilateri ---> ottaedro regolare



- La somma degli angoli interni è minore di 360°



- Caso 5: triangoli equilateri ---> icosaedro regolare



- La somma degli angoli interni è minore di 360°



- Se aggiungessimo un altro triangolo la somma degli angoli interni risulterebbe di 360° . Cioè una figura piana.

E ORA...COSTRUIAMONE QUALCUNO CON LA
TECNICA DEGLI ORIGAMI

II TETRAEDRO.....

VIDEO:

«TETRAEDRO PARTE PRIMA»

- ...e se non è ancora chiaro come costruire il TETRAEDRO

VIDEO:

«TETRAEDRO PARTE SECONDA»

E ora proviamo con l' OTTAEDRO

VIDEO:

«OTTAEDRO»



PERCHE' SONO DETTI ANCHE SOLIDI PLATONICI?



Platone

oppositam consuetudine cohereri ab initio potuisse.
 253 plicitate illa diuturna consuetudine parmatam:
 254 ex pari qdē oīno nō posse exacta nihilomin' do-
 255 crina exortatioibusq; amputari. Hoc est post hec
 256 colore corp' simul et anim' perpetuo quodā exercita-
 257 tionis motu. Exercitationis inq; moderate. Adou-
 258 inq; pprio et ad bonum proprium rite directo: quo
 259 utriusq; exercitatio atq; nutritio in viris psequat' ut
 260 alteri nō succubatur. Optat qdē Plato corp' ato ce-
 261 dere: q; nō ita succubere ut mot' animi iustit' nō
 262 possit. Optat corp' ualidi atq; firmi. q; iusto ato lo-
 263 ge ualido. Ad q; quāsi exercitatioē laudet' at
 264 tēde. quāsi tēmerariū pbarmacoz vitupe utam.
 265 Idē de quādā modā tā corp' q; anim' pprijs ex-
 266 ercere et pbarmare motib' iusserat. sic tres atq; vires
 267 rōnalē ato iam cupidā iusto qualibet motib' pceci-
 268 pit pseruare. Ceterū rōnalē alimentis frequentio-
 269 bus enutrire nec ceteris succubere cōpellat. At in
 270 intellectu homini pro demone dātū. f. iusto. Alterū
 271 enī demone habet externū. Itē rectū corp' opo-
 272 bita quāsi celestis tributa. Nihil enī qui vires irro-
 273 nalea supra modū nutrit' mortale euadē. quasi do-
 274 ceat quomodo accipiēdū sit ubi atq; hōic' fieri bu-
 275 tū. L. bato psumit. Addit enī qui pcpue alit mētem
 276 sic imortale fieri. ut imortalitatis nulla pars desit.
 277 Imperfecta enī imortalitas est. que motū agit ppe-
 278 tuū. Idēfecta dō. que manet. qualis utiq; est in eo
 279 qui sola tā intelligētia viuūt. eadēq; ex hōic' demō:
 280 Et quo intelligit' etiā qn' ait hōicem effici bnatū. id nō
 281 ppue. q; quāsi sūmū dicit. Idē tēra ex eo qd
 282 subdit feminas oīas ex masculis si placet. / obice-
 283 re nobis referat moxayū illud. Euz ex viro fuisse
 284 pductā. At dō gradus butoz oīs paulatim ex gra-
 285 uioi rōnalē aie lapsu multiplicari. / Intelligētia atq;
 286 noītra ob quādā liberi mot' infinitate posse et iura-
 287 se in butoz oīum affect' habitūq; puenire: et extra
 288 se supplicij loco iter similia buta uel butoz loca
 289 uīno quodā trāfferri iudicio. Itē oīs ueritoz vi-
 290 utūm dotes in hōis aīa tanq; plectissima pueniri.
 291 atq; butoz aīas in ipso rēti generatioisq; ordie
 292 ad noītra referri. quāsi finē. Et hūc in modū. pgrē-
 293 sionē aie rōnalē in alias atq; vicissim in banc alia-
 294 rā regressioē accepit. forsan a Platōico sēu nō
 295 aberrābia. Ipse enī hūc sub psona pythagorica lo-
 296 quē. / fabula oportune ptingit pythagoricarū silēs.
 297 fabularū atq; ne hec quasi sub histoica vitate for-
 298 san admittent' nō aliter q; poete soleāt. aīalium
 299 irrationales adducit. Atq; Time' loc' in libro
 300 de mūdo fabulosa hec cōt' fecti. Hec igit' sic accipio
 301 time'q; libū eo sine p'claudiq; uocēat nos. deuz
 302 aīa colere: qui bona oīa sola benignitate puidē-
 303 tic. p'ceatit. Et de reueram magnanime Lauriti
 304 beuioza hūc quādmodū argumētū dēē vidēbat'
 305 afferre: multa atq; ampliorib' cōmētarijs que in time
 306 um tā benignam' referuare. Itē p'hillipp' ualoz
 307 platonicoz studiosissimas pene que vniuerso pla-
 308 tonico op' in agro matano extrema manu impolūt
 309 plura me hūc cogit' ostendere. p'hillipp' ualoz na-
 310 loīte vīuū generōsissimū heres. Et ego pluri-
 311 mum obere me fateoz: tūz q; platonica egregia q;
 312 oīa magnopere colit. tūz q; singulari amote erga
 313 te tuozq; omnes afficitur. Sinis L'ompendij.
 314

Timeus Platonis.

SOCRATES: TIMEVS: CRITIAS: HER-
 MOCRATES.

Timeus ubi natus est: Et qui be-
 ri a me palio accepti estis. hodie
 me vicilim accipiat. TIME: Ad
 uerba ualidū laborat o' Socra-
 tes. Itē enī ipse ab hoc ceta et of-
 fputatione abstinuit. SO: Ergo
 tui o' timee et illoz erit officij: quod
 quarti illi' absentia deest. imple. TIME: Ita. p'ius.
 Quare nihil quoad fieri poterit p'termittemus. Itāz
 cum laute abs te beferno epulo accepti fuerimus. ne
 fas eēt. si epulas tibi pro virib' similes libeter nō red-
 deremus. SO: Itāz recordamini. que uobis et q' mul-
 ta tractada. p'posui. TIME: Partim qdēz tenem' me-
 moria: parūz dō tu. si exiderint. suggero. Immo dō
 nisi molestū sit. beuiter illa ab exordio repetē ut no-
 bis iterū p'ferent. SO: Facia egdē. Suma disputatio-
 nis beferne erat. rea. p. qualis mihi et ex qualib' uiris
 optima posse fieri uideret. TIME: Nobis certe oib'
 ualde. pbata sunt o' forate. que dicitū. SO: P'inci-
 pio agricolas ceterozq; artifice a militibus separauim-
 mus. TIME: Certe. SO: Euz dō cuiq; qd pro nature
 instinctu p'cipue suū est. et singula in singulis artib' of-
 ficia tribuem'. illis quoz quos p'ce ceteris bella ge-
 rere oporteret id vni dūtaxat. p'egēdē. f. ciuitatis mu-
 nus int'rimus. et aduersus externos hostes. et aduer-
 sus ciues rei. p. uerfozes: ita ut erga subiectos tanq'
 natura amicos micos sint: ita hostes dō in plio sero-
 cissimi. TIME: Ita. p'ius. SO: Duplice sane naturāz
 in custodiū animis eē debere tractauimus. et tractada
 et philosophico ingenio p'cipue accommodata. ut recte
 in suos mansueti sint: in alienos. dō feroces. TI: Itō
 culdubio. SO: Quid autē de educatione dicem'. Itō
 ne gymnasticis exercitatioib' et mulca ceterisq; dēctū
 b' dicit' plūto. eos a nobis institutos fuisse. TIME: Et al-
 de qdē. SO: Ita. educatos hōies neq; aurū neq; argē-
 tū neq; aliud qd' ppriū aut habere aut putare statui-
 mus. q; tanq' adiuuozes publicozq; mītroz sola mer-
 cede p'ietos esse. tāta ab hīs quo tuent' exhibita quā
 ta moderate uiuentib' sufficere uideat' p'pendio. p'ce-
 terea publico in cōe ut uolūmus: et ad eōm. inter se
 victū impēdere. ut ceteris post habitiis oib' solius uis-
 tis et custodie cura habeat. TIME: Hec quoz ita aba-
 te dicit' fuerit. SO: Natura p'ceca mulieris nō aliter
 q; viroz effingit p'cepimus: ita dicit' oīa taz belli q; pa-
 cis mulieribus cum uiris esse coīa. TIME: Id quoz
 dicit'. SO: An teneris memoria que de p'creandia libe-
 ris dicitur. S'orte dō ob rei ipsius nouitate firmiter
 tenuit'. L'oco d'ppe nuptias liberosq; statuiamus: ut
 nemo natoz suos discernat. sed oēs ab oibus p'angui-
 nei existiment'. dum equalis ferme natu fratres. tozo
 rēq; vicilim se. iudicat' matoribus dō parūz uel auo-
 rū reuerētia exhibēt. erga minores aut tanq' filios et
 nepotes afficiunt. TIME: Hec quoz memoratu faci-
 lia sunt. SO: Et autē q' optimi ab ipō initio pro uirib'
 gignerent. magistrat' uiriazq; sex. nuptijs p'posuim'.
 Itū dā fortibus q'busdā opam daretur. p'raui p'raui
 boni contra bonis mulieribus miferentur. neq; ulla
 25

I poliedri regolari sono anche chiamati solidi platonici perché Platone fu uno dei primi studiosi ad interessarsi di questi solidi. In realtà i primi documenti riguardanti i poliedri regolari furono scritti da Pitagora, il quale ammirò la straordinaria regolarità di questi solidi. Tuttavia si chiamano solidi platonici perché nel Timeo, un'opera riguardante la cosmologia, Platone prende in esame tutti 5 i poliedri e ad essi associa gli elementi che compongono l'universo.

Il tetraedro rappresenta il fuoco, il cubo la terra, l'icosaedro l'acqua, l'ottaedro l'aria e il dodecaedro diventa la forma dell'universo



Fire



Earth



Air



Universe



Water



«... alla terra diamo la figura cubica; perché delle quattro specie la terra è la più immobile, e dei corpi il più plasmabile... e poi all'acqua la forma meno mobile delle altre (icosaedro), al fuoco la più mobile (tetraedro), e all'aria l'intermedia (ottaedro): e così il corpo più piccolo al fuoco, il più grande all'acqua, e l'intermedio all'aria, e inoltre il più acuto al fuoco, il secondo per acutezza all'aria, e il terzo all'acqua... Restava una quinta combinazione e il Demiurgo se ne giovò per decorare l'universo (dodecaedro)»

Come possiamo leggere da questo brano tratto dal Timeo, Platone non studiò questi solidi dal punto di vista matematico descrivendone le loro proprietà, ma rimase affascinato dall'armonia di questi poliedri e attribuì a loro vari significati. Successivamente altri importanti matematici sia dell'antichità, come Euclide, sia del rinascimento si interessarono ai poliedri regolari e studiarono e approfondirono le caratteristiche geometriche dei solidi platonici

**PERCHÈ NON POSSONO
ESISTERE POLIEDRI
REGOLARI CON FACCE
ESAGONALI?**



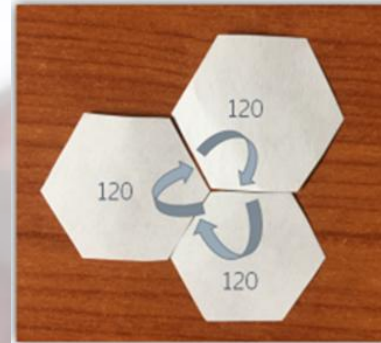
Prima di rispondere alla domanda elenchiamo le caratteristiche dei poliedri regolari

- Tutte le facce sono poligoni regolari congruenti,
- In ciascun vertice si incontra sempre un uguale numero di facce,
- Deve essere un poliedro convesso,
- La somma degli angoli interni a qualunque vertice deve essere minore di 360° ,
- Sono necessari almeno tre poligoni regolari.

Inoltre:

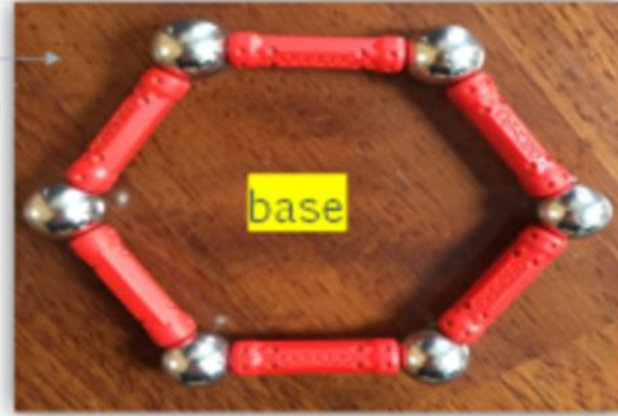
- Per creare un poliedro è necessario che in ogni vertice convergano 3 o più facce
- Se la somma degli angoli interni a un vertice è maggiore o uguale a 360° non è possibile generare un angolo solido e si avrà quindi una figura piana.

Ricordando che gli esagoni regolari hanno gli angoli interni di 120° e sommando 3 di essi si raggiunge l'angolo giro, possiamo concludere che non è possibile costruire un poliedro con facce esagonali.



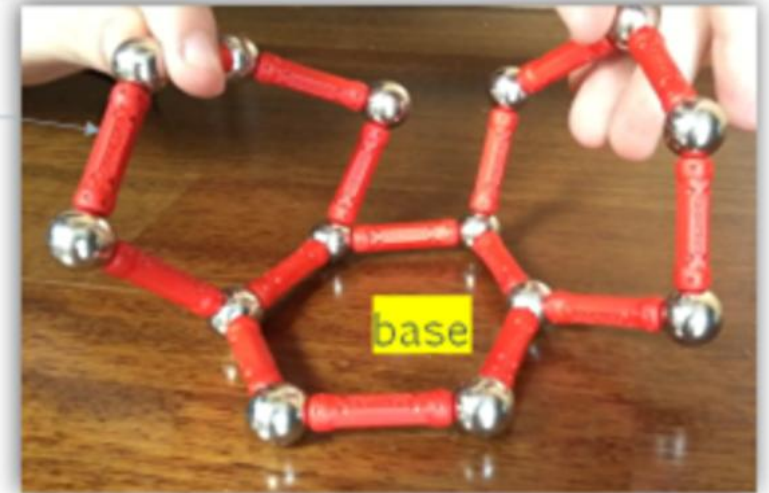
La somma di questi tre angoli sarebbe esattamente 360 e, così facendo, si otterrebbe una figura piana

→ Se si fa il ragionamento opposto, si deduce facilmente la non correttezza della frase. Prendiamo dei Geomag e creiamo una base esagonale:



→ Fatto ciò, per ogni lato dell'esagono si cerca di costruire degli esagoni, in questo modo

→ Se si continua a fare questo, non è possibile costruire per ogni singolo lato esagoni regolari e congruenti tra loro pertanto *non esiste un poliedro con facce esagonali*



A close-up, slightly blurred photograph of a person's hands using a compass and ruler to draw on a grid paper. The person is holding the compass with their right hand and the ruler with their left hand. The background is a light-colored grid paper with blue lines. The overall scene is brightly lit, and the focus is on the hands and the drawing process.

Ed ora proviamo a costruire i solidi platonici con
l'aiuto dei GeoMag

<https://youtu.be/PAwH4I3E6rc>

Grazie!

