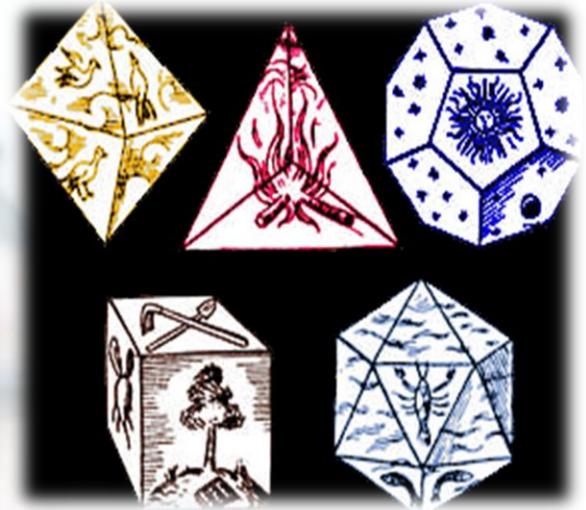


# POLIEDRI REGOLARI (Solidi Platonici)

5IS 2020/2021

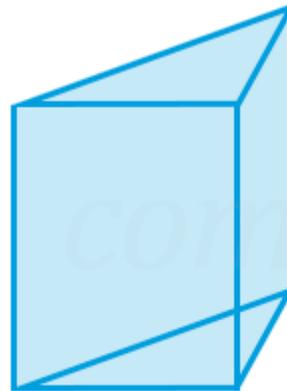
Liceo Galilei di Legnano



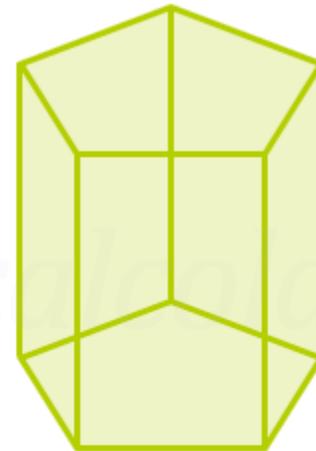
# I prismi regolari sono anche poliedri regolari?

Per rispondere a questa domanda è necessario prima definire alcuni concetti:

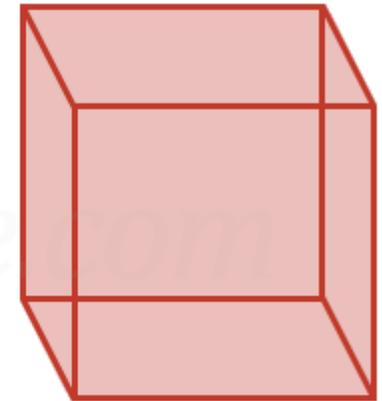
- [Prisma](#)
- [Prisma retto](#)
- [Prisma regolare](#)
- [Poliedro regolare](#)



prisma triangolare  
regolare



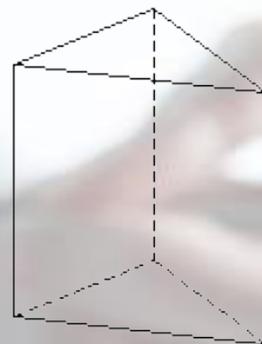
prisma pentagonale  
regolare



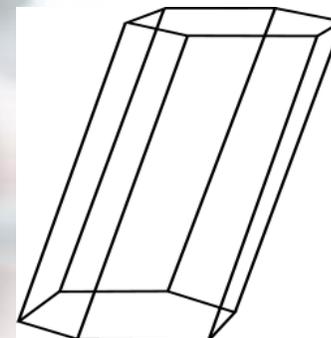
parallelepipedo

# Prisma

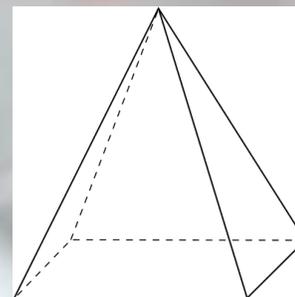
Un prisma è un poliedro (cioè un solido formato da soli poligoni) le cui basi sono poligoni di  $n$  lati congruenti e paralleli, connessi da un ciclo di parallelogrammi



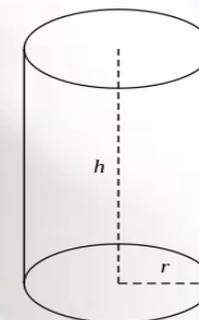
Prisma



Prisma



NO



NO

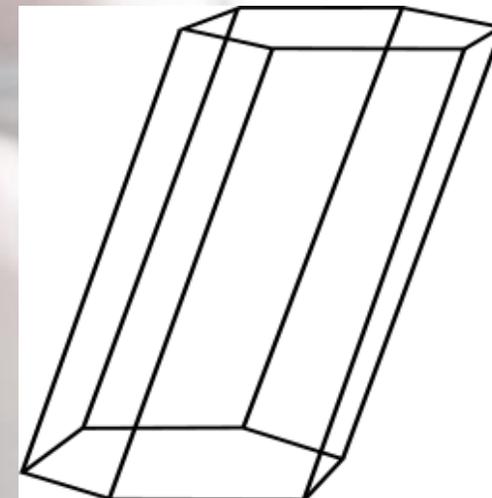


## Prisma retto

Un prisma *retto* differisce da un prisma *obliquo* per la forma delle facce laterali. In particolare, è definito *retto* un prisma le cui facce sono dei rettangoli



Prisma retto

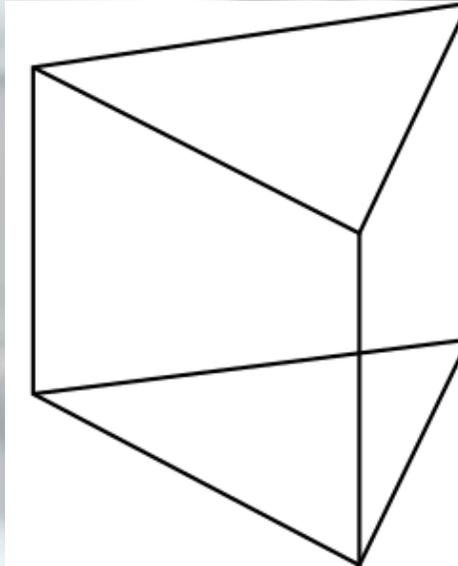


Prisma obliquo

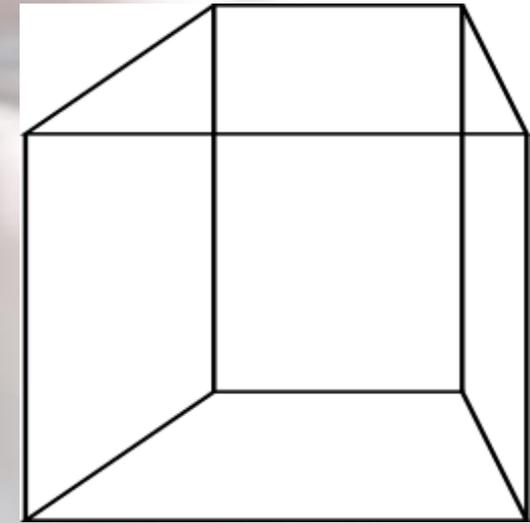


# Prisma regolare

Un prisma retto viene definito regolare se le sue basi sono dei poligoni regolari



Prisma regolare

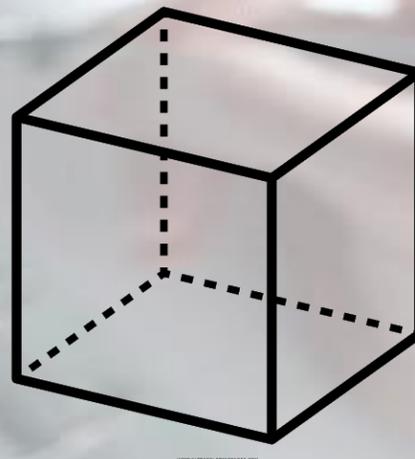


Prisma retto

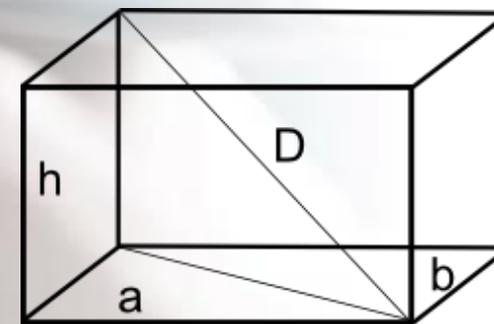


# Poliedro regolare

Un poliedro regolare o solido platonico è un poliedro convesso che ha per facce poligoni regolari congruenti che si incontrano nei vertici sempre in egual numero. Inoltre tutti i suoi angoloidi (o angoli solidi) sono congruenti.



Poliedro  
regolare

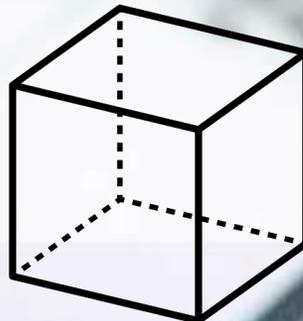


NO

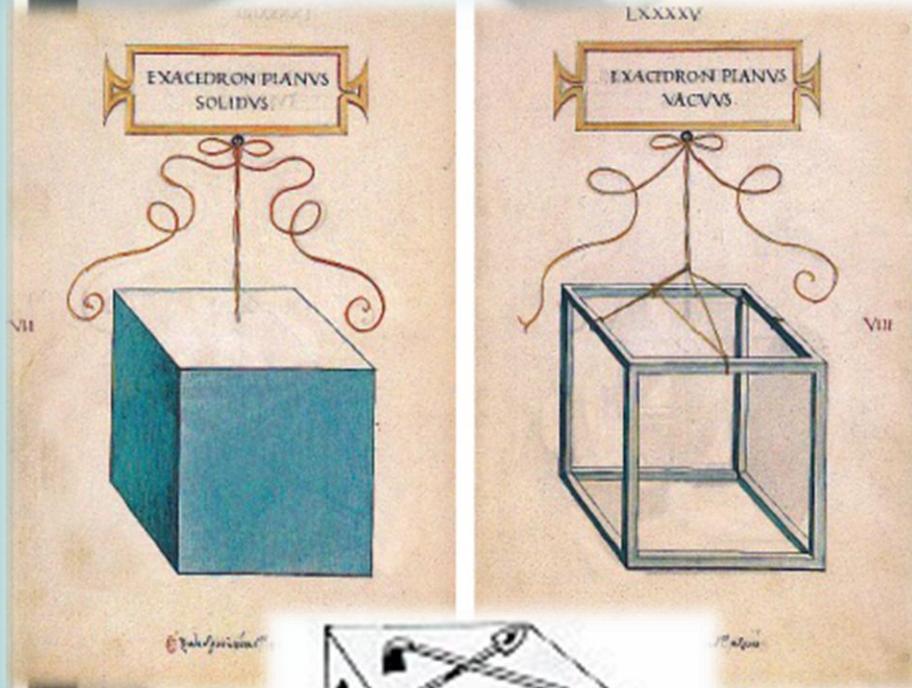


# I prismi regolari sono anche poliedri regolari?

- Essendo un poliedro regolare un solido le cui facce sono tutte poligoni congruenti, per essere considerato tale un prisma non solo deve essere regolare, ma anche avere le facce laterali congruenti alle basi.
- Per soddisfare tale condizione i rettangoli che formano le facce laterali del prisma devono avere base e altezza congruenti. Ne consegue che tutte le facce del prisma regolare debbano essere dei **quadrati**.
- L'unico prisma regolare che soddisfa tali condizioni, e che quindi può essere considerato un solido platonico, è l'**esaedro regolare** o **cubo**.



# CARATTERISTICHE DEL CUBO



Il cubo (o esaedro regolare) è uno dei 5 solidi platonici, che presenta 6 facce quadrate, 8 vertici e 12 spigoli;

In ogni vertice si incontrano tre spigoli, ortogonali due a due;

In ogni vertice si intersecano anche tre facce le quali sono a due a due ortogonali; questo si accorda con il fatto che il poliedro duale del cubo è l'ottaedro, che presenta 8 facce triangolari, 6 vertici e 12 spigoli.

Il cubo è un parallelepipedo retto regolare, ed è un caso particolare di prisma quadrato e di trapezoedro.

- Ogni cubo è caratterizzato dalla lunghezza a dei suoi spigoli. Tutti i cubi con gli spigoli della stessa lunghezza sono congruenti.



CUBE  
Earth

# COSTRUIRE UN CUBO...GONFIABILE

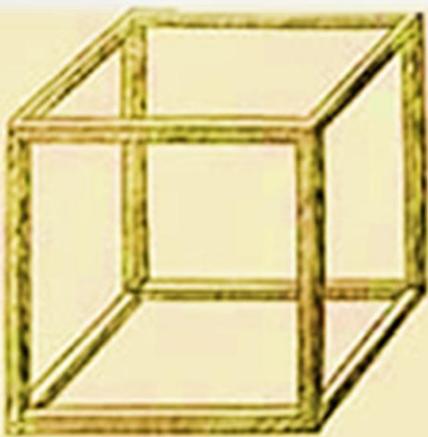
*VIDEO:*

*«COSTRUIRE UN  
CUBO...GONFIABILE»*

1. Foglio quadrato
2. Piega sulle 2 diagonali
3. Piega verticale
4. Piega orizzontale
5. *Reverse fold*
6. Nel triangolo così formatosi, piegare gli angoli in basso verso il vertice, da entrambe le parti
7. Nel quadrato formatosi, piegare le punte laterali verso il centro, da entrambe le parti
8. Si formeranno delle «tasche» dove inserire le punte laterali
9. Da una delle due parti, su un fianco, ci sarà un foro in cui soffiare...

# COSTRUIRE UN CUBO...GONFIABILE

10. ...Ecco  
come dovrebbe  
apparire al  
termine



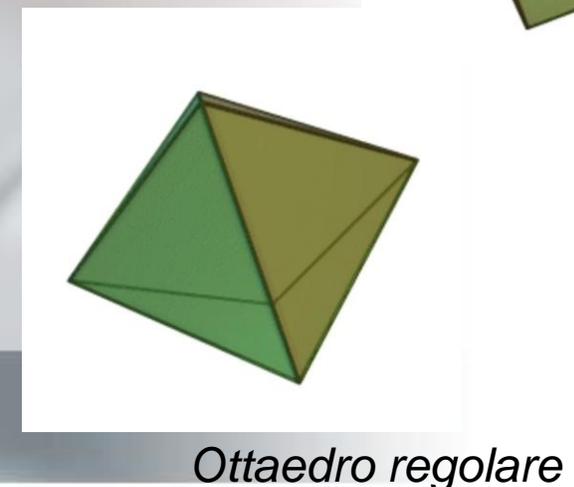
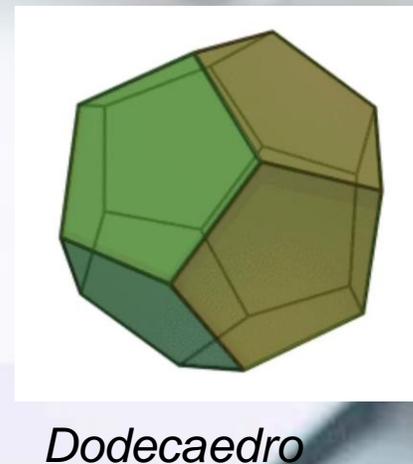
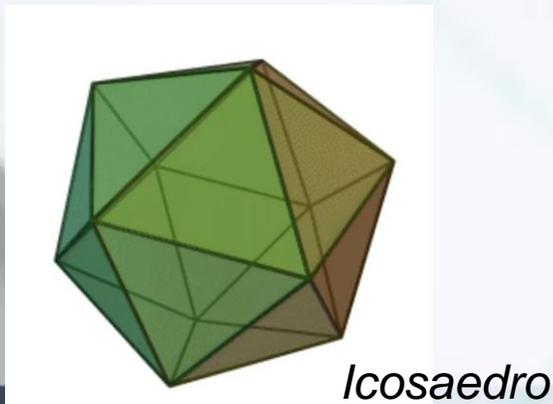
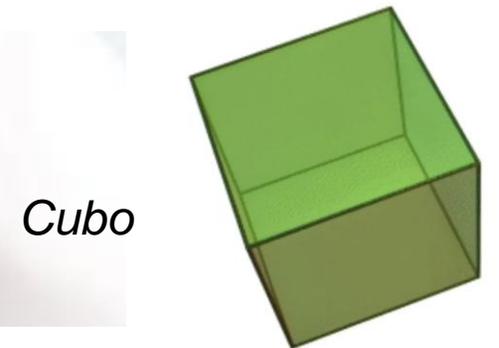
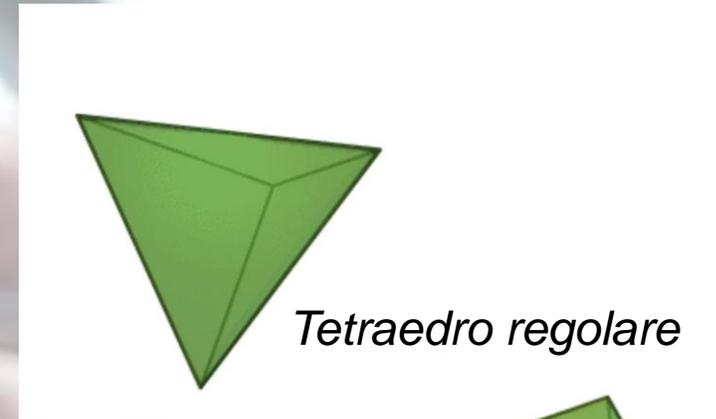
Il cubo Pappusiano



# QUALI SONO I POLIEDRI REGOLARI?

I poliedri regolari sono 5:

- › Il [tetraedo regolare](#), formato da 4 triangoli equilateri
- › L'[esaedro regolare](#) (o cubo), formato da 6 quadrati
- › L'[ottaedro regolare](#), formato da 8 triangoli equilateri
- › Il [dodecaedro regolare](#), formato da 12 pentagoni regolari
- › L'[icosaedro regolare](#), formato da 20 triangoli equilateri

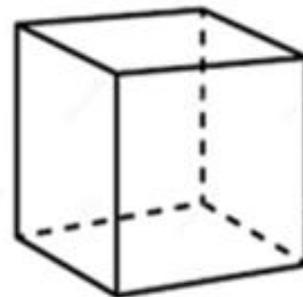


Esistono solamente cinque poliedri regolari, poiché solo in cinque casi si riescono a soddisfare le condizioni affinché un solido sia un poliedro regolare.

- Caso 1: quadrati ---> cubo



- La somma degli angoli interni è minore di 360°

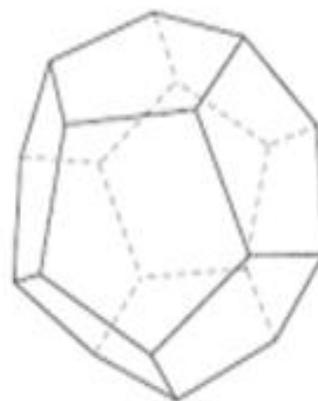
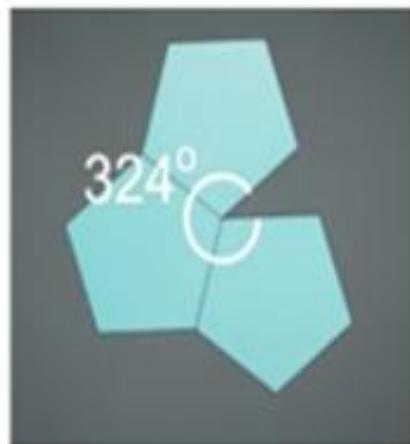


- Se aggiungessimo un altro quadrato la somma degli angoli interni risulterebbe di 360°, cioè una figura piana.

- Caso 2: pentagoni regolari ---> dodecaedro



- La somma degli angoli interni è minore di  $360^\circ$

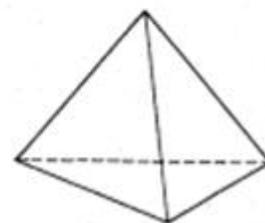


- Se aggiungessimo un altro pentagono la somma degli angoli interni sarebbe maggiore di  $360^\circ$  e di conseguenza non formerebbe nessuna figura.

- Caso 3: triangoli equilateri ---> tetraedro regolare



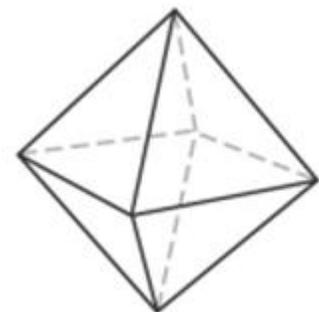
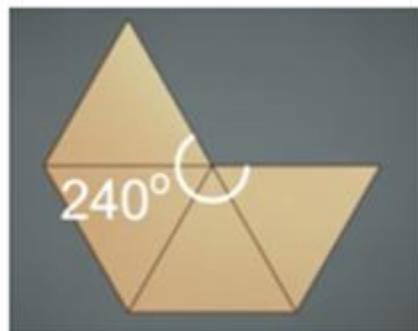
- La somma degli angoli interni è minore di  $360^\circ$



- Caso 4: triangoli equilateri ---> ottaedro regolare



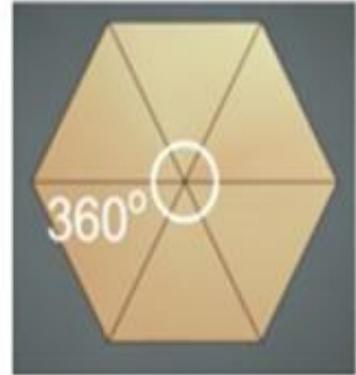
- La somma degli angoli interni è minore di  $360^\circ$



- Caso 5: triangoli equilateri ---> icosaedro regolare



- La somma degli angoli interni è minore di  $360^\circ$



- Se aggiungessimo un altro triangolo la somma degli angoli interni risulterebbe di  $360^\circ$ . Cioè una figura piana.

E ORA...COSTRUIAMONE QUALCUNO CON LA  
TECNICA DEGLI ORIGAMI

II TETRAEDRO.....

*VIDEO:*

*«TETRAEDRO PARTE PRIMA»*

- ...e se non è ancora chiaro come costruire il TETRAEDRO .....

*VIDEO:*

*«TETRAEDRO PARTE SECONDA»*

E ora proviamo con l' OTTAEDRO

*VIDEO:*

*«OTTAEDRO»*



# PERCHE' SONO DETTI ANCHE SOLIDI PLATONICI?



Platone

TIMEVS 252

oppositam consuetudine cohereri ab initio potuisse.   
Sed plenitudine illa diuturna consuetudine parmatam:   
ex pari quod omnino non posse exacta nihilominus do-   
ctrina exortationibusq; amputari. Hoc est post hoc   
colere corp' simul et anim' perpetuo quodam exercita-   
tionis motu. Exercitationis inq; moderate. Adou-   
inq; pprio et ad bonum proprium rite directo: quo   
utriusq; exercitatio atq; nutritio in virtus psequat' ut   
alteri non succubatur. Optat quod Plato corp' ato ce-   
dere: sed non ita succubere ut mot' animi iustitiam non   
possit. Optat corp' ualidius atq; firmitus: sed ita lo-   
ge ualidius. Ad hoc quodam exercitacione laudet' at-   
tede. quodam ternerit' pbarmacoy: vituperat' usum.   
Idcirco de quodam modo tam corp' q' anim' pprijs ex-   
ercere et parmare motib' iusserat' sic tres atq; vires   
rationalis atq; cupidas: ius qualibet motib' p'eci-   
pit seruare. Ceterum rationalis alimentis frequentio-   
bus enutrire nec ceteris succubere copellat'. At in   
tellectu homini pro demone datur. f. iustitia. Alterus   
enim demone habet externu'. Ite rectu' corpus ha-   
bitu quasi celesti tribuit'. Nihilus est qui vires irra-   
tionales supra modum nutrit' mortalit' euadit: quasi do-   
ceat quomodo accipiendum sit ubi atq; hinc fieri bu-   
tu. L. b. uo plimil'. Addit cu' qui p'cipue alit' mentem   
sic imortalit' fieri. ut imortalitatis nulla pars desit.   
Imperfecta enim imortalitas est: que motu agit ppe-   
tuu'. Idcirco dicitur: que manet: qualis utiq; est in eo   
qui sola ita intelligit'ia viuere: uaditq; ex hinc demone:   
Et quo intelligit'ia qn' ait hinc efficit' bntu: id no-   
ppue: sed quod ad similitudine dicit'. Idcirco ex eo qd   
subdit feminas oia ex masculis si placet: obicere   
re nobis referat' moxaycu' illud: Euz ex viro fuisse   
p'ducta. At do gradus butoy: oia paulatim ex gra-   
tiori rationalis aie lapsu multiplicari: Intelligit' aiaz   
nostra ob quadam liberi mot' infinitate: posse et iura   
se in butoy oium affect' habitusq; p'uere: et extra   
se supplicij loco iter similia buta uel butoy: loca   
uicino quodam transferri iudicio. Sic oia ueritoy vi-   
uetum dotes in hinc aia tanq' p'lectissima p'ueneri.   
atq; butoy: aiaz in ipso reru' generacionisq; ordine   
ad nostra referri: quasi sine. Sic hinc in modu' p'gres-   
sione aie rationalis in alias: atq; vicissim in banc alia   
ra regressione accepis: forsan a Platonicu' sensu no-   
aberrabit. Ipse enim hic sub plona pythagorica lo-   
qua: fabula oportune p'ingit pythagoricu' silis:   
fabularu': atq; ne hoc quasi sub bistozica vitate for-   
san admittent' no aliter q' poete soleat' alialium   
transformationes adducit. Atq; Time' loc' in libro   
de mundo fabulosa hec est facti. Hec igit' sic accipio:   
Time'q; libu' eo sine p'cludit' qui doceat nos: deuz   
an oia colere: qui bona oia sola benignitate puidit'   
t'ie p'ceatit'. De deorum am magnanime Lauriti   
beuioza hic quodam modo argumetu' decc videt' /   
afferret' multa q; ampliorib' comitarijs que in time   
um la delignant' / referuare: Sed phillipp' ualoz   
platonicoz studiosissimus p'nea que vniuerso pla-   
tonico opi' in agro matano extrema manu impolit'   
plura me hic cogit' ostendere. phillipp' ualoz: na-   
loste vniuerso genero osissimus beres: Euz ego pluri-   
mum debere me fatcoz: tuz q' platonica egregia qz   
oia magnopere colit' tum q' singulari amote erga   
te tuosq; omnes afficitur. Sinis Compendij.

I poliedri regolari sono anche chiamati solidi platonici perché Platone fu uno dei primi studiosi ad interessarsi di questi solidi. In realtà i primi documenti riguardanti i poliedri regolari furono scritti da Pitagora, il quale ammirò la straordinaria regolarità di questi solidi. Tuttavia si chiamano solidi platonici perché nel Timeo, un'opera riguardante la cosmologia, Platone prende in esame tutti 5 i poliedri e ad essi associa gli elementi che compongono l'universo.

Il tetraedro rappresenta il fuoco, il cubo la terra, l'icosaedro l'acqua, l'ottaedro l'aria e il dodecaedro diventa la forma dell'universo



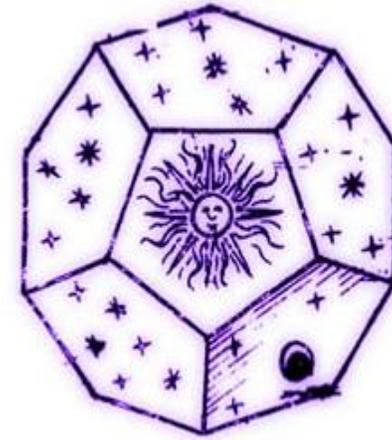
Fire



Earth



Air



Universe



Water



*«... alla terra diamo la figura cubica; perché delle quattro specie la terra è la più immobile, e dei corpi il più plasmabile... e poi all'acqua la forma meno mobile delle altre (icosaedro), al fuoco la più mobile (tetraedro), e all'aria l'intermedia (ottaedro): e così il corpo più piccolo al fuoco, il più grande all'acqua, e l'intermedio all'aria, e inoltre il più acuto al fuoco, il secondo per acutezza all'aria, e il terzo all'acqua... Restava una quinta combinazione e il Demiurgo se ne giovò per decorare l'universo (dodecaedro)»*

Come possiamo leggere da questo brano tratto dal Timeo, Platone non studiò questi solidi dal punto di vista matematico descrivendone le loro proprietà, ma rimase affascinato dall'armonia di questi poliedri e attribuì a loro vari significati. Successivamente altri importanti matematici sia dell'antichità, come Euclide, sia del rinascimento si interessarono ai poliedri regolari e studiarono e approfondirono le caratteristiche geometriche dei solidi platonici

**PERCHÈ NON POSSONO  
ESISTERE POLIEDRI  
REGOLARI CON FACCE  
ESAGONALI?**



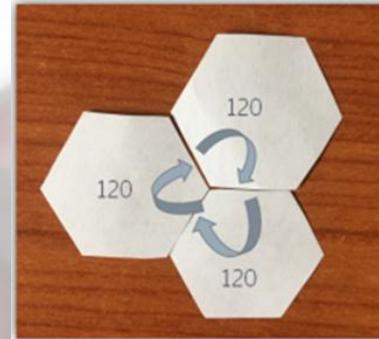
# Prima di rispondere alla domanda elenchiamo le caratteristiche dei poliedri regolari

- Tutte le facce sono poligoni regolari congruenti,
- In ciascun vertice si incontra sempre un uguale numero di facce,
- Deve essere un poliedro convesso,
- La somma degli angoli interni a qualunque vertice deve essere minore di  $360^\circ$ ,
- Sono necessari almeno tre poligoni regolari.

Inoltre:

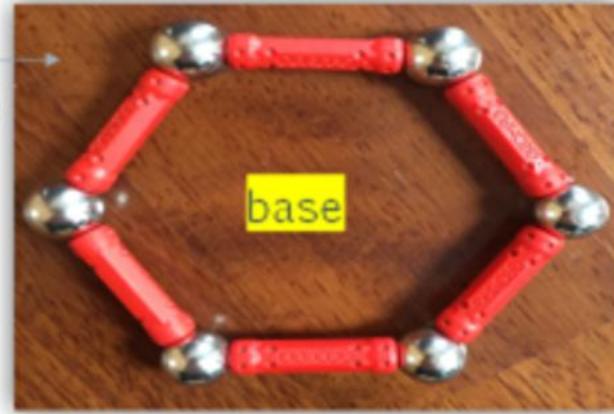
- Per creare un poliedro è necessario che in ogni vertice convergano 3 o più facce
- Se la somma degli angoli interni a un vertice è maggiore o uguale a  $360^\circ$  non è possibile generare un angolo solido e si avrà quindi una figura piana.

Ricordando che gli esagoni regolari hanno gli angoli interni di  $120^\circ$  e sommando 3 di essi si raggiunge l'angolo giro, possiamo concludere che non è possibile costruire un poliedro con facce esagonali.



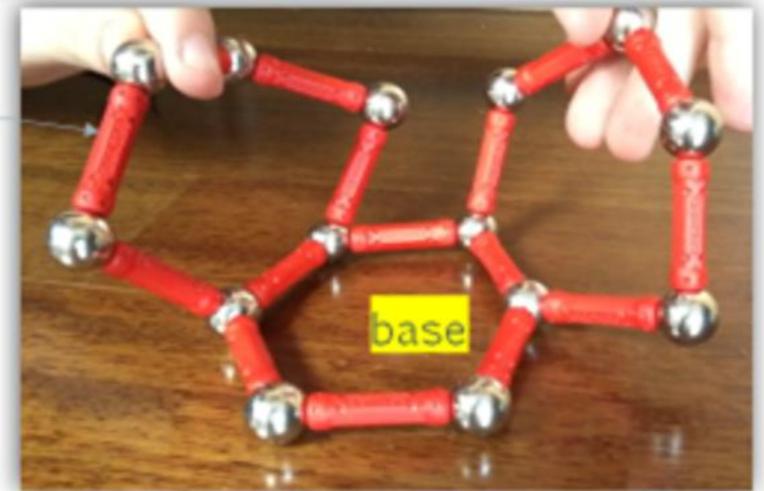
La somma di questi tre angoli sarebbe esattamente  $360$  e, così facendo, si otterrebbe una figura piana

→ Se si fa il ragionamento opposto, si deduce facilmente la non correttezza della frase. Prendiamo dei Geomag e creiamo una base esagonale:



→ Fatto ciò, per ogni lato dell'esagono si cerca di costruire degli esagoni, in questo modo

→ Se si continua a fare questo, non è possibile costruire per ogni singolo lato esagoni regolari e congruenti tra loro pertanto *non esiste un poliedro con facce esagonali*





Ed ora proviamo a costruire i solidi platonici con l'aiuto dei GeoMag

<https://youtu.be/PAwH4I3E6rc>

Grazie!

