POLIEDRI REGOLARI (Solidi Platonici)

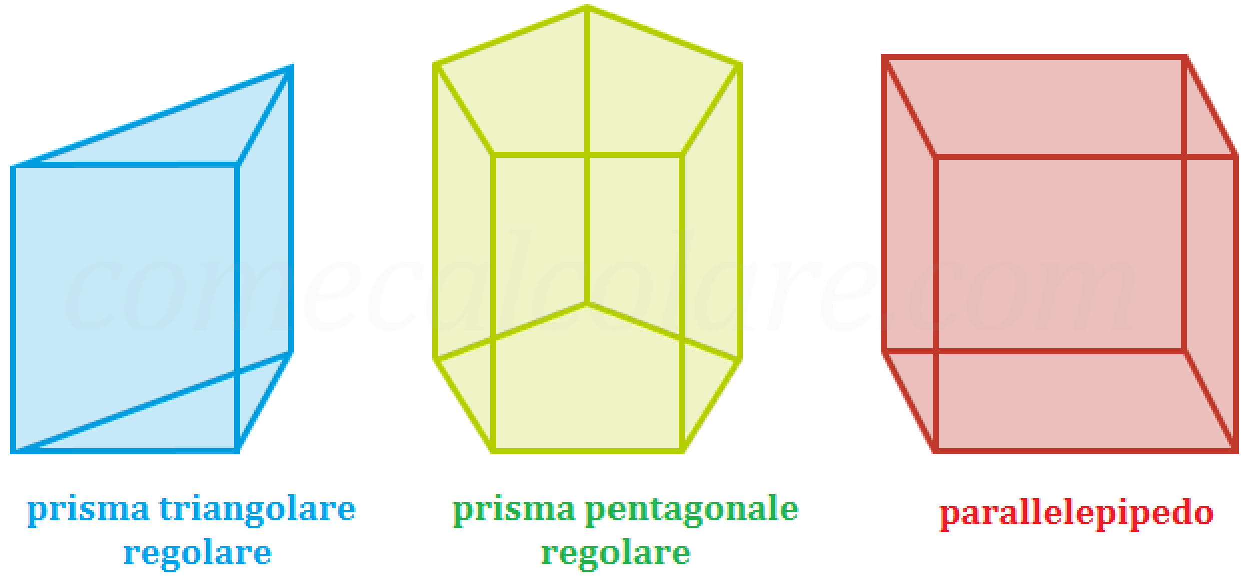
5IS 2020/2021

Liceo Galilei di Legnano

I prismi regolari sono anche poliedri regolari?

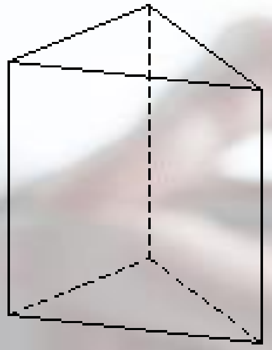
Per rispondere a questa domanda è necessario prima definire alcuni concetti:

- Prisma
- Prisma retto
- Prisma regolare
- Poliedro regolare

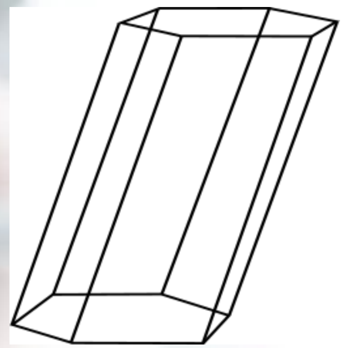


Prisma

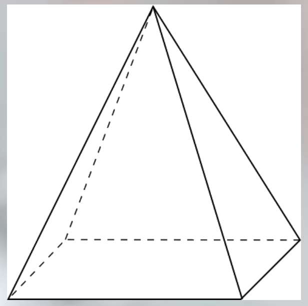
Un prisma è un poliedro (cioè un solido formato da soli poligoni) le cui basi sono poligoni di *n* lati congruenti e paralleli, connessi da un ciclo di parallelogrammi



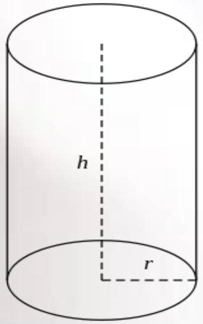
Prisma



Prisma



NO

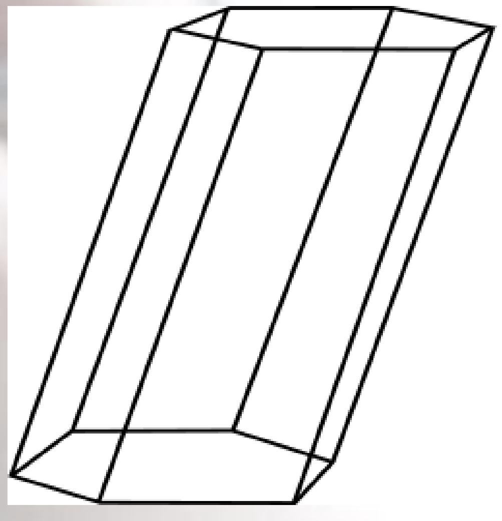


NO

Prisma retto

Un prisma *retto* differisce da un prisma *obliquo* per la forma delle facce laterali. In particolare, è definito *retto* un prisma le cui facce sono dei rettangoli

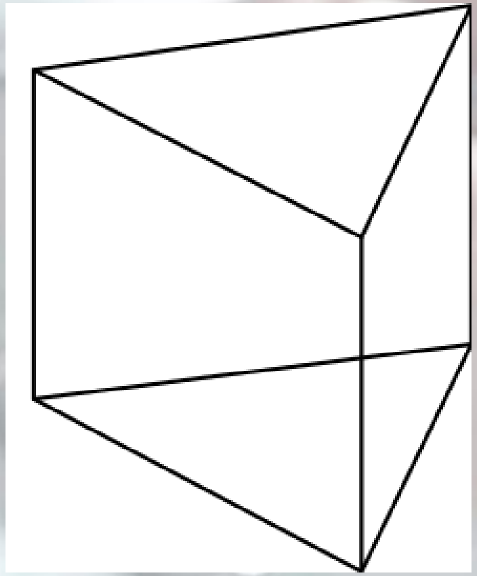
Prisma retto



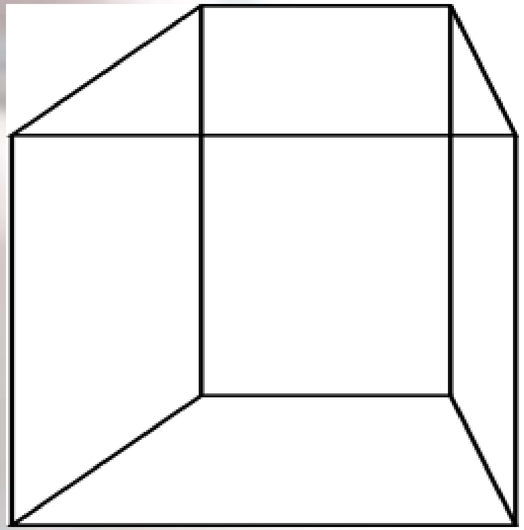
Prisma obliquo

Prisma regolare

Un prisma retto viene definito regolare se le sue basi sono dei poligoni regolari



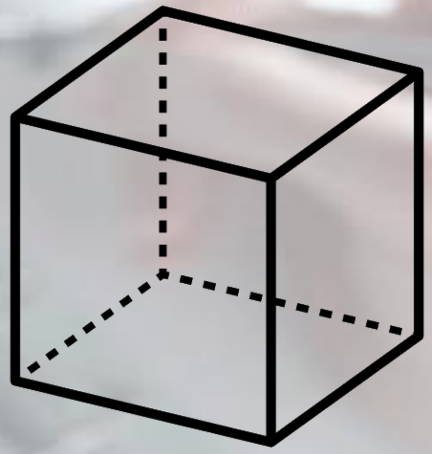
Prisma regolare



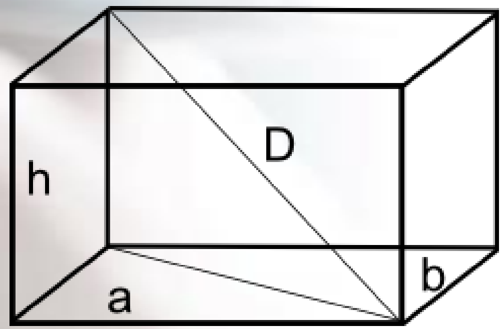
Prisma retto

Poliedro regolare

Un poliedro regolare o solido platonico è un poliedro convesso che ha per facce poligoni regolari congruenti che si incontrano nei vertici sempre in egual numero. Inoltre tutti i suoi angoloidi (o angoli solidi) sono congruenti.



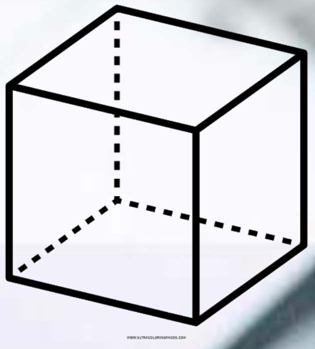
Polietro regolare



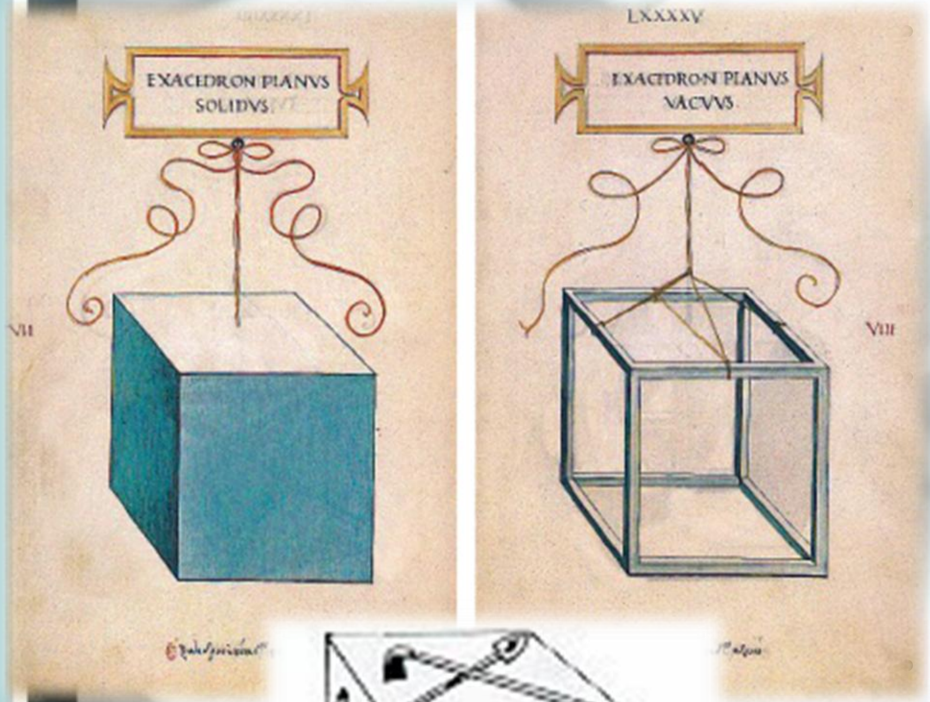
NO

I prismi regolari sono anche poliedri regolari?

- Essendo un poliedro regolare un solido le cui facce sono tutte poligoni congruenti, per essere considerato tale un prisma non solo deve essere regolare, ma anche avere le facce laterali congruenti alle basi.
- Per soddisfare tale condizione i rettangoli che formano le facce laterali del prisma devono avere base e altezza congruenti. Ne consegue che tutte le facce del prisma regolare debbano essere dei quadrati.
- L’unico prisma regolare che soddisfa tali condizioni, e che quindi può essere considerato un solido platonico, è l’esaedro regolare o cubo.



CARATTERISTICHE DEL CUBO



Il cubo (o esaedro regolare) è uno dei 5 solidi platonici, che presenta 6 facce quadrate, 8 vertici e 12 spigoli;

In ogni vertice si incontrano tre spigoli, ortogonali due a due;

In ogni vertice si intersecano anche tre facce le quali sono a due a due ortogonali; questo si accorda con il fatto che il poliedro duale del cubo è l'ottaedro, che presenta 8 facce triangolari, 6 vertici e 12 spigoli.

Il cubo è un parallelepipedo retto regolare, ed è un caso particolare di prisma quadrato e di trapezoedro.

- Ogni cubo è caratterizzato dalla lunghezza a dei suoi spigoli. Tutti i cubi con gli spigoli della stessa lunghezza sono congruenti.

COSTRUIRE UN CUBO…GONFIABILE

VIDEO:

«COSTRUIRE UN CUBO…GONFIABILE»

1. Foglio quadrato
2. Piega sulle 2 diagonali
3. Piega verticale
4. Piega orizzontale
5. *Reverse fold*
6. Nel triangolo così formatosi, piegare gli angoli in basso verso il vertice, da entrambe le parti
7. Nel quadrato formatosi, piegare le punte laterali verso il centro, da entrambe le parti
8. Si formeranno delle «tasche» dove inserire le punte laterali
9. Da una delle due parti, su un fianco, ci sarà un foro in cui soffiare…

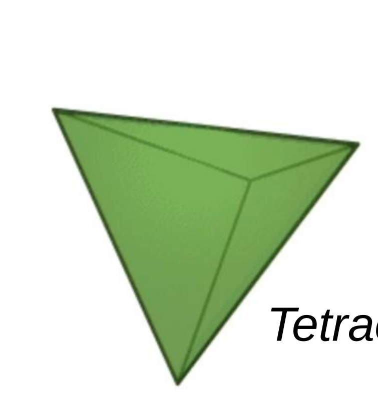
COSTRUIRE UN CUBO…GONFIABILE

10. …Ecco come dovrebbe apparire al termine

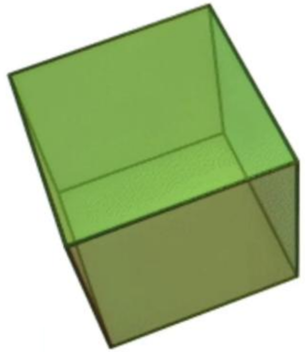
QUALI SONO I POLIEDRI REGOLARI?

I poliedri regolari sono 5:

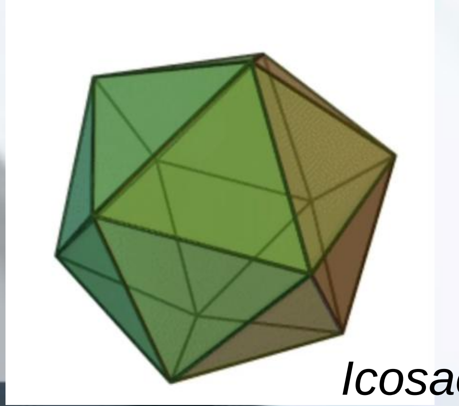
- Il tetraedo regolare, formato da 4 triangoli equilateri
- L'esaedro regolare (o cubo), formato da 6 quadrati
- L'ottaedro regolare, formato da 8 triangoli equilateri
- Il dodecaedro regolare, formato da 12 pentagoni regolari
- L'icosaedro regolare, formato da 20 triangoli equilateri



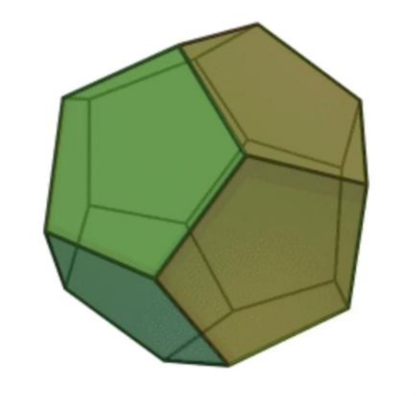
Tetraedro regolare



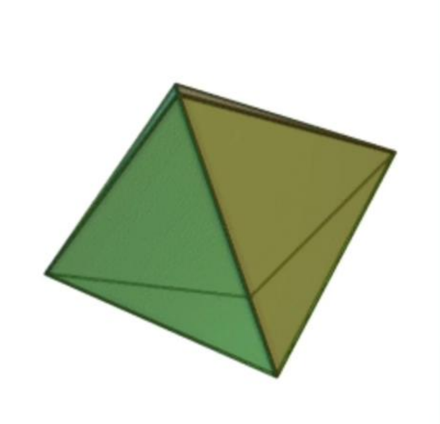
Cubo



Icosaedro



Dodecaedro



Ottaedro regolare

Esistono solamente cinque poliedri regolari, poiché solo in cinque casi si riescono a soddisfare le condizioni affinché un solido sia un poliedro regolare.

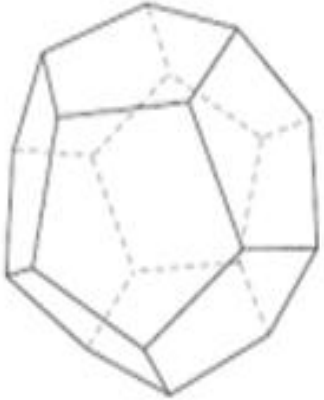
- Caso 1: quadrati ---> cubo

- La somma degli angoli interni è minore di 360°

- Se aggiungessimo un altro quadrato la somma degli angoli interni risulterebbe di 360°, cioè una figura piana.

- Caso 2: pentagoni regolari ---> dodecaedro

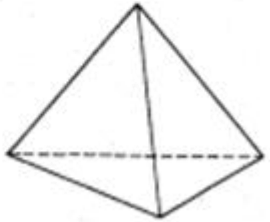
- La somma degli angoli interni è minore di 360°



- Se aggiungessimo un altro pentagono la somma degli angoli interni sarebbe maggiore di 360° e di conseguenza non formerebbe nessuna figura.

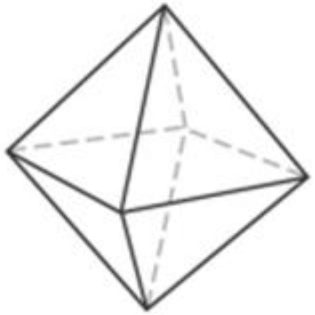
- Caso 3: triangoli equilateri ---> tetraedro regolare

- La somma degli angoli interni è minore di 360°



- Caso 4: triangoli equilateri ---> ottaedro regolare

- La somma degli angoli interni è minore di 360°



- Caso 5: triangoli equilateri ---> icosaedro regolare

- La somma degli angoli interni è minore di 360°

- Se aggiungessimo un altro triangolo la somma degli angoli interni risulterebbe di 360°. Cioè una figura piana.

E ORA…COSTRUIAMONE QUALCUNO CON LA TECNICA DEGLI ORIGAMI

Il TETRAEDRO…….

VIDEO:

«TETRAEDRO PARTE PRIMA»

- …e se non è ancora chiaro come costruire il TETRAEDRO …..

VIDEO:

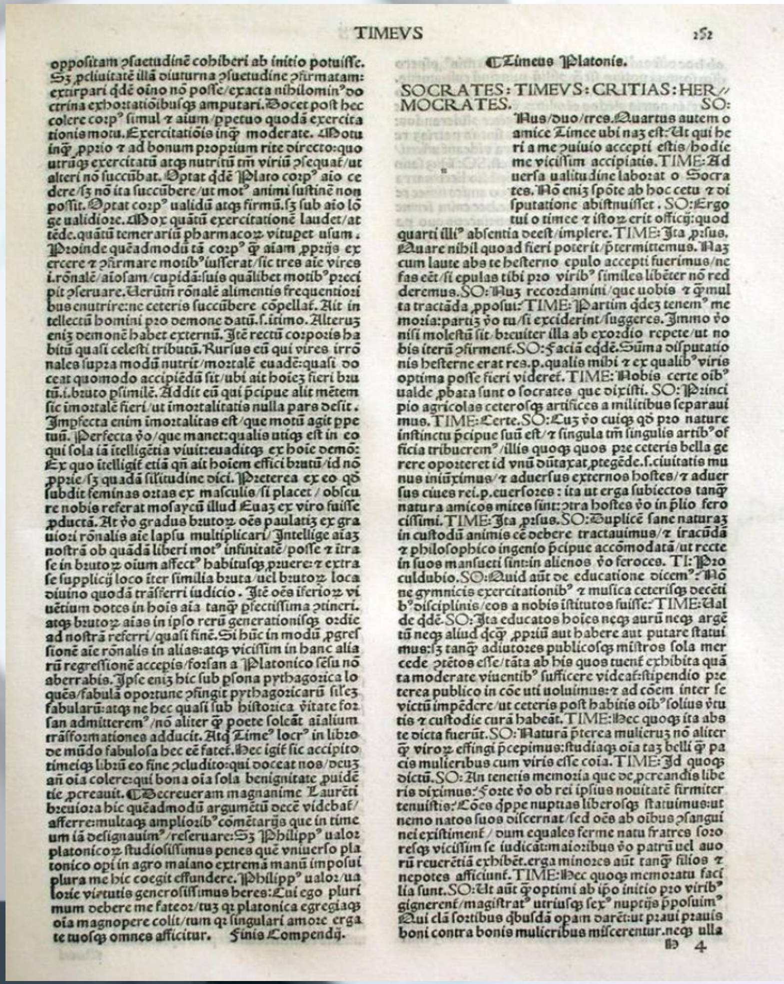
«TETRAEDRO PARTE SECONDA»

E ora proviamo con l’ OTTAEDRO

VIDEO:

«OTTAEDRO»

PERCHE' SONO DETTI ANCHE SOLIDI PLATONICI?


TIMEVS 152

Timeus Platonis.

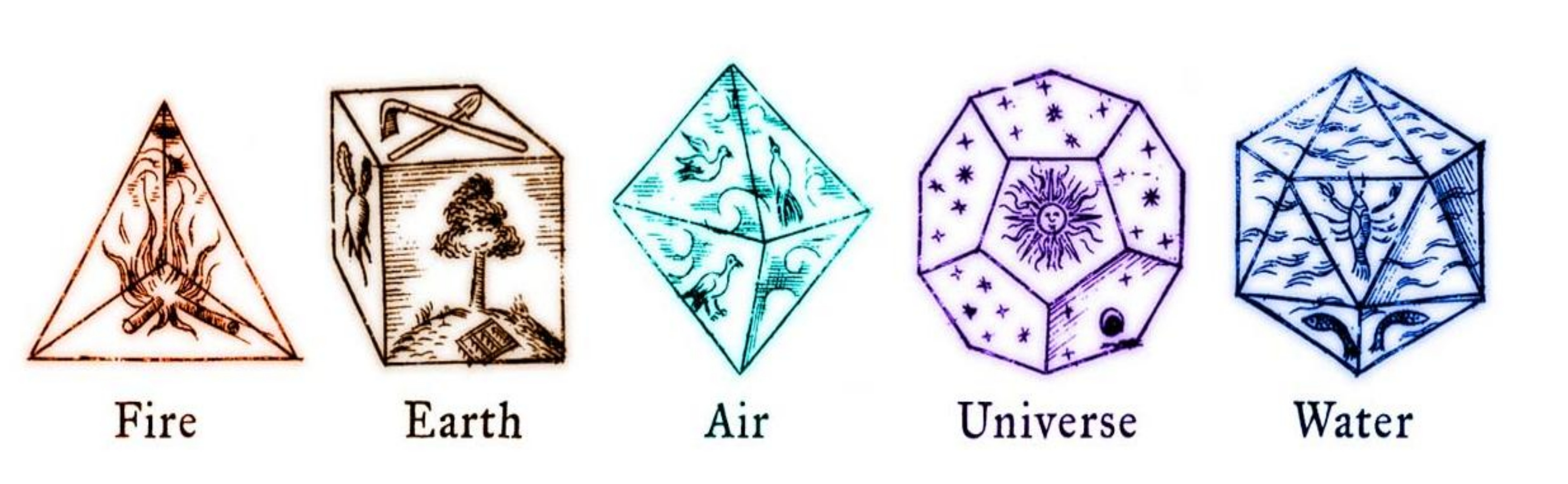
SOCRATES: TIMEVS: CRITIAS: HERMOCRATES.


Platone

I poliedri regolari sono anche chiamati solidi platonici perché Platone fu uno dei primi studiosi ad interessarsi di questi solidi. In realtà i primi documenti riguardanti i poliedri regolari furono scritti da Pitagora, il quale ammirò la straordinaria regolarità di questi solidi.

Tuttavia si chiamano solidi platonici perché nel Timeo, un'opera riguardante la cosmologia, Platone prende in esame tutti 5 i poliedri e ad essi associa gli elementi che compongono l'universo.

Il tetraedro rappresenta il fuoco, il cubo la terra, l’icosaedro l’acqua, l’ottaedro l’aria e il dodecaedro diventa la forma dell’universo



*«… alla terra diamo la figura cubica; perché delle quattro specie la terra è la più immobile, e dei corpi il più plasmabile… e poi all’acqua la forma meno mobile delle altre (icosaedro), al fuoco la più mobile (tetraedro), e all’aria l’intermedia (ottaedro): e così il corpo più piccolo al fuoco, il più grande all’acqua, e l’intermedio all’aria, e inoltre il più acuto al fuoco, il secondo per acutezza all’aria, e il terzo all’acqua… Restava una quinta combinazione e il Demiurgo se ne giovò per decorar*e l’universo (dodecaedro)»

Come possiamo leggere da questo brano tratto dal Timeo, Platone non studiò questi solidi dal punto di vista matematico descrivendone le loro proprietà, ma rimase affascinato dall’armonia di questi poliedri e attribuì a loro vari significati. Successivamente altri importanti matematici sia dell’antichità, come Euclide, sia del rinascimento si interessarono ai poliedri regolari e studiarono e approfondirono le caratteristiche geometriche dei solidi platonici

PERCHÈ NON POSSONO ESISTERE POLIEDRI REGOLARI CON FACCE ESAGONALI?

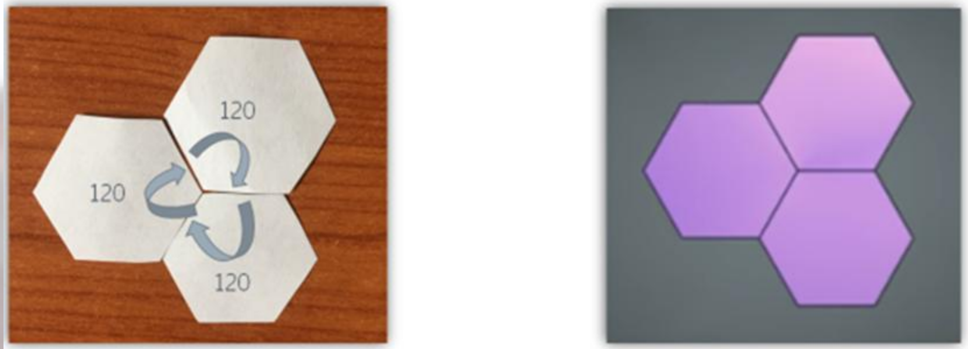
Prima di rispondere alla domanda elenchiamo le caratteristiche dei poliedri regolari

- Tutte le facce sono poligoni regolari congruenti,
- In ciascun vertice si incontra sempre un uguale numero di facce,
- Deve essere un poliedro convesso,
- La somma degli angoli interni a qualunque vertice deve essere minore di 360°,
- Sono necessari almeno tre poligoni regolari.

Inoltre:

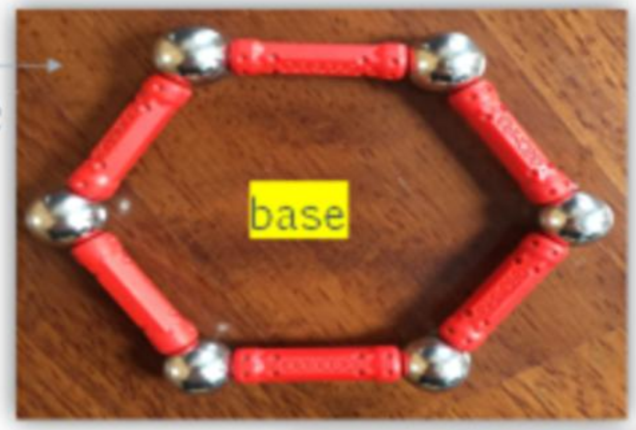
- Per creare un poliedro è necessario che in ogni vertice convergano 3 o più facce
- Se la somma degli angoli interni a un vertice è maggiore o uguale a 360° non è possibile generare un angolo solido e si avrà quindi una figura piana.

Ricordando che gli esagoni regolari hanno gli angoli interni di 120° e sommando 3 di essi si raggiunge l’angolo giro , possiamo concludere che non è possibile costruire un poliedro con facce esagonali.

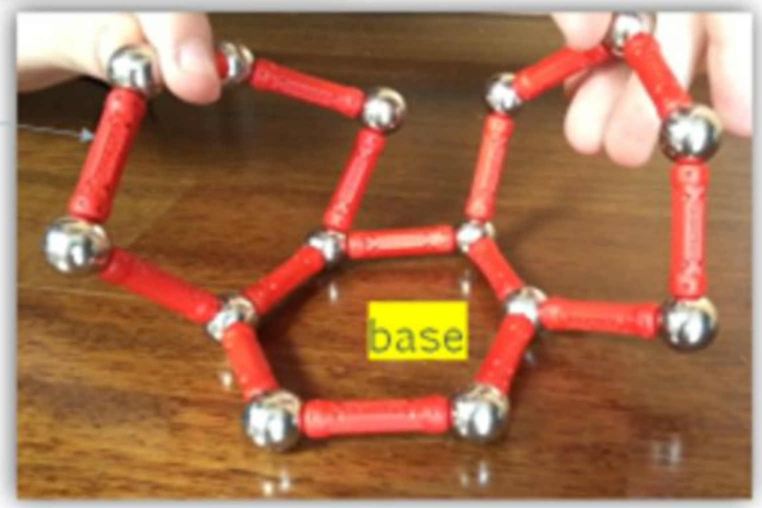


La somma di questi tre angoli sarebbe esattamente 360 e, così facendo, si otterrebbe una figura piana

→Se si fa il ragionamento opposto, si deduce facilmente la non correttezza della frase. Prendiamo dei Geomag e creiamo una base esagonale:



→Fatto ciò, per ogni lato dell'esagono si cerca di costruire degli esagoni, in questo modo



→Se si continua a fare questo, non è possibile costruire per ogni singolo lato esagoni regolari e congruenti tra loro pertanto *non esiste un poliedro con facce esagonali*

Ed ora proviamo a costruire i solidi platonici con l’aiuto dei GeoMag

https://youtu.be/PAwH4l3E6rc

Grazie!